

### Práctica 3

1. Demuestre los teoremas (3.59)–(3.80).
2. Demuestre los teoremas (3.81)–(3.82) y (4.1)–(4.3) por el Método Directo y por el Método de Abreviación de la Implicación (Derivación por Debilitamiento o Derivación por Fortalecimiento).
3. Cuando sea posible aplicar el Metateorema General de Monotonía (Metateorema de Paridad), indique la paridad de la subexpresión a sustituir y coloque el operador correcto que relaciona las dos expresiones según el teorema indicado en la justificación. Cuando no sea posible aplicar el Metateorema, indique por qué y coloque un gran signo de interrogación en vez de algún operador.

a)

$$\begin{array}{l} \neg(p \wedge q) \\ < (3.76b) \text{ Fortalecimiento/Debilitamiento } p \wedge q \Rightarrow p > \\ \neg p \end{array}$$

b)

$$\begin{array}{l} \neg(p \wedge q) \wedge r \\ < (3.76b) \text{ Fort/Deb } p \wedge q \Rightarrow p \text{ y } (4.3) \text{ Monot. } (p \Rightarrow q) \Rightarrow (p \wedge r \Rightarrow q \wedge r) > \\ \neg p \wedge r \end{array}$$

c)

$$\begin{array}{l} \neg p \\ < (3.76a) \text{ Fortalecimiento/Debilitamiento } (p \Rightarrow p \vee q)[p := \neg p] > \\ \neg p \vee q \end{array}$$

d)

$$\begin{array}{l} \neg p \\ < (3.76a) \text{ Fortalecimiento/Debilitamiento } p \Rightarrow p \vee q > \\ \neg(p \vee q) \end{array}$$

e)

$$\begin{array}{l} p \Rightarrow r \\ < (3.76a) \text{ Fortalecimiento/Debilitamiento } p \Rightarrow p \vee q > \\ p \vee q \Rightarrow r \end{array}$$

f)

$$\neg p \Rightarrow r$$

$$\begin{aligned} & \langle (3.76a) \text{ Fortalecimiento/Debilitamiento } (p \Rightarrow p \vee q)[p := \neg p] \rangle \\ & \neg p \vee q \Rightarrow r \end{aligned}$$

g)

$$\begin{aligned} & \neg p \Rightarrow r \\ & \langle (3.76a) \text{ Fortalecimiento/Debilitamiento } p \Rightarrow p \vee q \rangle \\ & \neg(p \vee q) \Rightarrow r \end{aligned}$$

h)

$$\begin{aligned} & \neg(\neg p \Rightarrow r) \\ & \langle (3.76a) \text{ Fortalecimiento/Debilitamiento } p \Rightarrow p \vee q \rangle \\ & \neg(\neg(p \vee q) \Rightarrow r) \end{aligned}$$

i)

$$\begin{aligned} & \neg(\neg p \equiv r) \\ & \langle (3.76a) \text{ Fortalecimiento/Debilitamiento } p \Rightarrow p \vee q \rangle \\ & \neg(\neg(p \vee q) \equiv r) \end{aligned}$$

j)

$$\begin{aligned} & p \wedge (q \equiv r) \\ & \langle (3.76b) \text{ Fortalecimiento/Debilitamiento } (p \wedge q \Rightarrow p)[q := q \equiv r] \rangle \\ & p \end{aligned}$$

k)

$$\begin{aligned} & \neg p \wedge (q \equiv r) \\ & \langle (3.76b) \text{ Fortalecimiento/Debilitamiento } (p \wedge q \Rightarrow p)[p, q := \neg p, q \equiv r] \rangle \\ & \neg p \end{aligned}$$

l)

$$\begin{aligned} & \neg p \wedge (q \equiv r) \\ & \langle (3.76a) \text{ Fortalecimiento/Debilitamiento } (p \Rightarrow p \vee q)[p, q := \neg p \wedge (q \equiv r), r] \rangle \\ & (\neg p \wedge (q \equiv r)) \vee r \end{aligned}$$

m)

$$\begin{aligned} & \neg p \wedge (q \equiv r) \\ & \langle (3.76a) \text{ Fortalecimiento/Debilitamiento } (p \Rightarrow p \vee q)[p, q := q, r] \rangle \\ & \neg p \wedge (q \vee r \equiv r) \end{aligned}$$

n)

$$\begin{aligned} & (q \equiv r) \wedge ((q \equiv r) \Rightarrow p) \\ & \langle (3.77) \text{ Modus Ponens } (p \wedge (p \Rightarrow q) \Rightarrow q)[p, q := q \equiv r, p] \rangle \\ & p \end{aligned}$$

$\tilde{n}$ )

$$(q \equiv r) \wedge ((q \equiv r) \Rightarrow p) \Rightarrow s$$

$\langle (3.77) \text{ Modus Ponens } (p \wedge (p \Rightarrow q) \Rightarrow q)[p, q := q \equiv r, p] \rangle$   
 $p \Rightarrow s$

o)

$s \Rightarrow (q \equiv r) \wedge ((q \equiv r) \Rightarrow p)$   
 $\langle (3.77) \text{ Modus Ponens } (p \wedge (p \Rightarrow q) \Rightarrow q)[p, q := q \equiv r, p] \rangle$   
 $s \Rightarrow p$

p)

$s \equiv (q \equiv r) \wedge ((q \equiv r) \Rightarrow p)$   
 $\langle (3.77) \text{ Modus Ponens } (p \wedge (p \Rightarrow q) \Rightarrow q)[p, q := q \equiv r, p] \rangle$   
 $s \equiv p$

4. Dada las siguientes traducciones de argumentos. Demuestre que son teoremas de las siguientes formas:

a) Por el método directo.

b) Por el método de abreviación de la implicación.

c) Suponiendo el antecedente.

1)  $(s \Rightarrow (p \vee q)) \wedge s \wedge \neg p \Rightarrow q$

2)  $(s \Rightarrow \neg t) \wedge t \wedge (\neg s \Rightarrow r) \Rightarrow r$

3)  $p \wedge \neg t \wedge (s \Rightarrow t) \wedge (s \vee q) \wedge (q \vee p \Rightarrow u) \Rightarrow u$

4)  $(p \Rightarrow q) \wedge (q \Rightarrow r) \wedge ((p \Rightarrow r) \Rightarrow \neg s) \wedge (s \vee t) \Rightarrow t$

5)  $\neg s \wedge (t \Rightarrow s) \wedge (\neg t \vee r \Rightarrow q) \Rightarrow q$

6)  $((r \wedge s) \vee p) \wedge (q \Rightarrow \neg p) \wedge (t \Rightarrow \neg p) \wedge (q \vee t) \Rightarrow s \wedge r$

5. Modele en lógica proposicional y demuestre que la expresión resultante es un teorema (argumentos tomados de Copi&Cohen(1995)). Realice las demostraciones utilizando diversos métodos de prueba.

a) “Si el papel tornasol se vuelve rojo, entonces la solución es un óxido. Luego, si el papel se vuelve rojo, entonces la solución es un óxido o algo anda mal.”

b) “Si las leyes son buenas y su cumplimiento es estricto, disminuirá el delito. Si el cumplimiento estricto de la ley hace disminuir el delito, entonces nuestro problema es de carácter práctico. Las leyes son buenas, luego nuestro problema es de carácter práctico.”

c) “Si pago al sastre, no me quedará dinero. Solamente puedo llevar a mi novia al baile si tengo dinero. Si no la llevo al baile, se sentirá desdichada. Pero si no le pago al sastre, no me entregará el traje y sin él no puedo llevar a mi novia al baile. Le pago al sastre o no le pago. Por tanto, mi novia tendrá que sentirse desdichada.”

d) “El ladrón entró por la puerta o el robo fue cometido desde dentro y uno de los empleados debe estar involucrado en él. El ladrón sólo pudo entrar por la puerta si el cerrojo fue levantado desde dentro; pero uno de los empleados seguramente se halla implicado en el robo, si el cerrojo fue levantado desde dentro. Por ende, uno de los empleados está involucrado en el robo.”

e) “Sócrates fue un gran filósofo. Por tanto, Sócrates estuvo felizmente casado o no estuvo felizmente casado.”